Ad-Soyad: 19.01.2019

Numara: **İmza:**

KODLAMA TEORİSİ I BÜTÜNLEME SORULARI

1) $r \geq 2$ olmak üzere $Ham(r, 2)$ kodu mükemmel bir koddur. Gösteriniz.

2) $C = \{(\bar{0}, \bar{0}, \bar{0}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{0}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{0}, \bar{1}, \bar{1}), (\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}, \bar{1})\}$ kodunun parametrelerini bulunuz. C kodu devirli bir kod mudur? Gösteriniz.

3) $H\hat{a}m(3,2)$ kodunun kontrol matrisini bulunuz.

4) $f(x) = x^5 - 1$ polinomunu $\mathbb{F}_2$ üzerinde çarpanlara ayırınız ve 5 uzunluklu devirli kodları bulunuz.

5) C, $\mathbb{F}_2$ üzerinde tanımlı bir [4,2]-kod ve üreteç matrisi $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ olsun.

   i) $C = ?$

   ii)   Sendrom arama tablosunu oluşturunuz.

   iii) $(\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}, \bar{1})$ vektörünü dekodlayınız.

BAŞARILAR

1)
$$d(Ham(r,2)) = 3$$
$$3 = 2t + 1 \implies \boxed{t = 1} \qquad n = 2^r - 1$$
$$M. \left\{ 1 + \binom{n}{1} \right\} = 2^{2^r - 1 - r} \left\{ 1 + n \right\} = 2^{2^r - 1} = 2^n$$

∴ $Ham(r,2)$ mükemmel bir koddur.

2)
C, $(4, 4, 2)$-koddur.

$(\bar{0}, \bar{1}, \bar{1}, \bar{0}) \notin C$ olduğundan C devirli kod değildir.

3) $n = 2^r - 1 = 2^3 - 1 = 7$

$r = 3, \quad q = 2$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \implies \hat{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4)
$$x^5 - \bar{1} = (x + \bar{1})(x^4 + x^3 + x^2 + x + \bar{1})$$

$\underline{g(x) = x + \bar{1}}$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \implies C_1 = \left\{ (\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0}), (\bar{1},\bar{1},\bar{0},\bar{0},\bar{0}), \dots \right\}$$

$\underline{g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + \bar{1}}$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \implies C_2 = \left\{ (\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0}), (\bar{1},\bar{1},\bar{1},\bar{1},\bar{1}) \right\}$$

$\underline{g(x) = \bar{1}}$

$$C_3 = \mathbb{F}_2^5$$

$\underline{g(x) = x^5 - \bar{1}}$

$$C_4 = \left\{ (\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0}) \right\}$$

5) i) $C = \left\{ (\bar{0},\bar{0},\bar{0},\bar{0}), (\bar{1},\bar{0},\bar{1},\bar{1}), (\bar{0},\bar{1},\bar{0},\bar{1}), (\bar{1},\bar{1},\bar{1},\bar{0}) \right\}$

ii)

Sınıf liderleri	Sendromlar
$(\bar{0}, \bar{0}, \bar{0}, \bar{0})$	$(\bar{0}, \bar{0})$
$(\bar{1}, \bar{0}, \bar{0}, \bar{0})$	$(\bar{1}, \bar{1})$
$(\bar{0}, \bar{1}, \bar{0}, \bar{0})$	$(\bar{0}, \bar{1})$
$(\bar{0}, \bar{0}, \bar{1}, \bar{0})$	$(\bar{1}, \bar{0})$

iii)

$$S\left((\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}, \bar{1})\right) = (\bar{0}, \bar{1})$$

$$x = y - e$$

$$= (\bar{1}, \bar{1}, \bar{1}, \bar{1}) - (\bar{0}, \bar{1}, \bar{0}, \bar{0})$$

$$= (\bar{1}, \bar{0}, \bar{1}, \bar{1})$$